www.apuntesmareaverde.org.es

Autora: Raquel Caro

Revisor: Pedro Luis Suberviola y Sergio Hernández

Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

Índice

Resumen

El Álgebra es una materia nueva que ahora vamos a empezar a estudiar. Hay autores que opinan que el álgebra comienza cuando se utilizan letras en lugar de números, pero, recuerda, los romanos ya utilizaban letras, y eso no era álgebra. En realidad el origen del álgebra está en hacer operaciones con números simbolizados con letras, lo que supone un ahorro de esfuerzo, pues permite hacer de una sola vez lo que de otra manera habría que repetir muchas veces.

En la época de *El Quijote*, en la puerta de las barberías, se leía el siguiente cartel:

"ALGEBRISTA Y SANGRADOR"

¿Y eso, por qué? La palabra "*Álgebra*" es una palabra árabe que utilizó el matemático *Al-Khwarizmi*. Si logras leer ese nombre verás que te suena a otra palabra: "*algoritmo*". Hacia el año 825 escribió un libro titulado:

Al-jabr w'almuqabalah

La palabra árabe *jabr* significa restaurar. El libro trataba de álgebra, de sumas y otras operaciones, pero como los barberos también restauraban huesos, por eso se llamaban algebristas.

En este capítulo aprenderemos a utilizar el lenguaje algebraico,.

Autora: Raquel Caro
Revisores: Pedro Luis Suberviola y Sergio Hernández
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

1. LENGUAJE ALGEBRAICO

1.1. Letras y números

A nuestro alrededor nos encontramos con multitud de símbolos cuyo significado conocemos, como las señales de tráfico o algunos logotipos.

El **lenguaje algebraico** consigue que podamos expresar mensajes en los que las letras representan variables de valor desconocido. Utiliza letras, números y operaciones para representar una información.

Ejemplo:

- Ya has utilizado el lenguaje algebraico para indicar el área de un cuadrado de lado a: A = a^2; el área de un círculo de radio r: A = πr^2.

Para cada situación podemos utilizar la letra que queramos, aunque, cuando hablamos de algo desconocido, la letra más utilizada es la ***x***.

Ejemplo:

- El doble de la edad de una persona $2x$
- El triple de un número menos 4 $3x - 4$

El propio *Al-Khwarizmi* usó originariamente la palabra *"cosa"*, (por ejemplo, en lugar de $2x$ decía "*el doble de una cosa*"), que en árabe suena como *"šay*" y que se tradujo al español como "*xei*". De aquí procede la *x* actual.

Las expresiones que nos permiten reflejar mediante letras y números una situación se llaman **expresiones algebraicas.**

Actividades resueltas

- Expresa las siguientes frases en lenguaje algebraico:

El triple de un número	$3x$
La suma de dos números consecutivos	$x + (x + 1)$
La edad de una niña hace 2 años	$x - 2$
La suma de dos números	$a + b$

El triple de un número

- Lee las expresiones algebraicas siguientes:

$x - 3x$	Un número menos su triple
$2(x - 4)$	El doble de la diferencia de un número menos 4.

Actividades propuestas

1. Expresa las siguientes frases en lenguaje algebraico:

a) El doble de un número más su triple

b) La edad de una persona dentro de 7 años

c) La quinta parte de un número

d) La diferencia entre dos números

Autora: Raquel Caro

Revisores: Pedro Luis Suberviola y Sergio Hernández

Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

1.2. Coeficiente y parte literal

Una **expresión algebraica** puede estar formada por uno o varios sumandos que se denominan **términos** o **monomios**. Una suma de monomios es un **polinomio**.

En un monomio la **parte literal** son las letras y se llama **coeficiente** al número por el que van multiplicadas.

Ejemplo:

- En la expresión $4x$, el coeficiente es 4 y la parte literal x. En $7ab$ el coeficiente es 7 y la parte literal ab.

Cuando la expresión es positiva no suele ir precedida del signo +, aunque siempre aparecerá el signo – en las expresiones negativas.

Ejemplo:

- Señala el coeficiente y la parte literal en la expresión $-6a$. El coeficiente es –6 y la parte literal a.

Actividades resueltas

- Señala los coeficientes, las partes literales y el número de monomios de la expresión algebraica:

$$3a - 5b + c + 6$$

Esta expresión algebraica tiene 4 términos o 4 monomios: $3a$, $-5b$, c y 6. Los coeficientes son +3, –5, + 1 y +6 respectivamente. Las partes literales son a, b y c. El último término no tiene parte literal.

- Señala en el polinomio $8x + 5x - 2x$ cuáles son los coeficientes. Los coeficientes son 8, 5 y –2.

1.3. Valor numérico de una expresión algebraica

Si a las letras de una expresión algebraica se les da un valor concreto, se puede calcular el **valor numérico** de dicha expresión.

Actividades resueltas

- Calcula el valor numérico de la expresión $3x + 2$ cuando x vale 5.

Hay que sustituir en la expresión, x por su valor, 5.
Por tanto: $3 \cdot 5 + 2 = 15 + 2 = 17$, que es el valor numérico cuando x vale 5.

1.4. Equivalencia y simplificación de expresiones algebraicas

La expresión algebraica $4x + 4x$ es equivalente a la expresión $8x$, que es su expresión más simplificada.

Actividades propuestas

2. Señala el coeficiente, la parte literal y el número de términos o monomios de los polinomios siguientes:

a) $2 - 7x$ b) $a + 3b - 8c$ c) $4x + 5$ d) $7x + 9 - 5y$

3. Calcula el valor numérico de los siguientes polinomios:

a) $2x + 3y$ para $x = 3$, $y = 2$.
b) $6 - a$ para $a = -5$.
c) $3a + 4b - c$ para $b = -1$, $a = -1$ y $c = +2$.

Autora: Raquel Caro
Revisores: Pedro Luis Suberviola y Sergio Hernández
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

Material didáctico fotocopiable:

Cadenas numéricas

Completa las siguientes cadenas numéricas dando a *x* los valores siguientes: 3, 5, 7 y 10.
Expresa simbólicamente lo que hacen estas cadenas, y simplifica:

I.- $\bigcirc \xrightarrow{\cdot 30} \square \xrightarrow{-9} \square \xrightarrow{:3} \square \xrightarrow{+17} \bigcirc$

3	
5	
7	
10	

a) Expresión simbólica:
b) Simplificación:
c) Calcula el número por el que debes comenzar para que la cadena dé como resultado 54.

II.- $\bigcirc \xrightarrow{-2} \square \xrightarrow{\cdot 12} \square \xrightarrow{+8} \square \xrightarrow{:4} \bigcirc$

3	
5	
7	
10	

a) Expresión simbólica:
b) Simplificación:
c) Calcula el número por el que debes comenzar para que la cadena dé como resultado 8.

III.- $\bigcirc \xrightarrow{:2} \square \xrightarrow{\cdot 4} \square \xrightarrow{-3} \square \xrightarrow{+7} \bigcirc$

3	
5	
7	
10	

a) Expresión simbólica:
b) Simplificación:
c) Calcula el número por el que debes comenzar para que la cadena dé como resultado 16.

IV.- $\bigcirc \xrightarrow{:2} \square \xrightarrow{\cdot 8} \square \xrightarrow{:2} \square \xrightarrow{+4} \bigcirc$

3	
5	
7	
10	

a) Expresión simbólica: $(((x:2)\cdot 8):2)+4$
b) Simplificación: $(((x:2)\cdot 8):2)+4=(4x:2)+4=2x+4$
c) Calcula el número por el que debes comenzar para que la cadena dé como resultado 9.

V.- $\bigcirc \xrightarrow{+5} \square \xrightarrow{\cdot 6} \square \xrightarrow{-3} \square \xrightarrow{:3} \bigcirc$

3	
5	
7	
10	

a) Expresión simbólica: $(((x+5)6)-3):4=(6x+30-3):3=2x+9$
b) Simplificación:
c) Calcula el número por el que debes comenzar para que la cadena dé como resultado 17.

VI.- $\bigcirc \xrightarrow{\cdot 10} \square \xrightarrow{-15} \square \xrightarrow{:5} \square \xrightarrow{+8} \bigcirc$

3	
5	
7	
10	

a) Expresión simbólica:
b) Simplificación:
c) Calcula el número por el que debes comenzar para que la cadena dé como resultado 9.

Autora: Raquel Caro
Revisores: Pedro Luis Suberviola y Sergio Hernández
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

2. ECUACIONES DE PRIMER GRADO

2.1. El lenguaje de las ecuaciones

Una **ecuación** es una igualdad entre dos expresiones algebraicas.

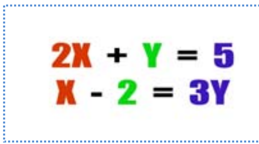
Ejemplo:

- Si tenemos dos expresiones algebraicas: $3x$ y $2x + 1$, y las unimos con el signo igual obtenemos una ecuación: $3x = 2x + 1$.

Las expresiones que hay a cada lado del igual se llaman **miembros** de la ecuación. Todas las ecuaciones tienen dos miembros: la expresión que está a la izquierda del signo igual se llama primer miembro y la que está a la derecha, segundo miembro.

Las letras que contienen las ecuaciones algebraicas (las "partes literales" de sus dos expresiones) se llaman **incógnitas**, que significa literalmente "desconocidas". Si todas las letras son iguales, se dice que la ecuación tiene una sola incógnita.

Ejemplo:



- $3x – 2 = 2x + 1$ es una ecuación con una sola incógnita, mientras que:
- $2x + y = 5$ o $x – 2 = 3y$ son ecuaciones con dos incógnitas: x e y.

El **grado** de una ecuación es el mayor exponente que aparece en alguna de sus incógnitas.

Ejemplo:

- $7x – 5 = x + 7$ es una ecuación de primer grado, mientras que $x + 3y^2 = 9$ es una ecuación de segundo grado.

Actividades propuestas

4. Copia en tu cuaderno la siguiente tabla y complétala:

Ecuación	Primer miembro	Segundo miembro	Incógnitas
$7x – 3 = 4x – 5$			
	$6x + 2$	$x – 8$	
$4a + 9 = 23$			
	$x – y$	$5 + y$	

5. Indica el número de incógnitas de las siguientes ecuaciones:

a) $7x – 5y = x + 7$; b) $x + 3y^2 = 9$ c) $a + 4a^2 = 7$ d) $9x + 3x^2 = 5$

6. Indica el grado de las siguientes ecuaciones:

a) $2x – 6 = 3x + 8$; b) $5x + 2y^2 = 11$ c) $x + 2x^2 = 3$ d) $x + 6xy^2 = 1$

Autora: Raquel Caro
Revisores: Pedro Luis Suberviola y Sergio Hernández
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

2.2. Ecuaciones equivalentes. Resolución de ecuaciones

Solución de una ecuación:

Una **solución** de una ecuación es un número que, cuando la incógnita toma ese valor, se verifica la igualdad, es decir, los dos términos de la ecuación valen lo mismo.

Algunas ecuaciones solo tienen una solución, pero otras pueden tener varias.

Resolver una ecuación es encontrar todas sus posibles soluciones numéricas.

Actividades resueltas

- Si te fijas en la ecuación: $3x - 2 = 2x + 1$, verás que al darle valores a x la igualdad no siempre se cumple.

Por ejemplo, para $x = 1$, el primer miembro vale $3 \cdot 1 - 2 = +1$, mientras que el valor del segundo miembro es: $2 \cdot 1 + 1 = 2 + 1 = 3$. Luego 1 **no** es solución de la ecuación. Para $x = 3$, el primer miembro toma el valor: $3 \cdot 3 - 2 = 9 - 2 = 7$; y el segundo miembro: $2 \cdot 3 + 1 = 6 + 1 = 7$. Por tanto 3 es una **solución** de la ecuación.

Si se desconoce la solución de una ecuación, resulta muy pesado resolverla probando un número tras otro. Por eso lo que se hace habitualmente es transformarla en otras ecuaciones **equivalentes** más sencillas.

Ecuaciones equivalentes son las que tienen las mismas soluciones.

Ejemplo:

- $2x - 5 = 11$ es equivalente a $2x = 16$, puesto que la solución de ambas ecuaciones es $x = 8$.

Para obtener ecuaciones equivalentes se tienen en cuenta las siguientes propiedades:

- Si se **suma** o se **resta** a los dos miembros de una ecuación una misma cantidad, se obtiene una ecuación equivalente.

- Si se **multiplican** o **dividen** los dos miembros de una ecuación por una misma cantidad (distinta de cero), se obtiene una ecuación equivalente.

Actividades resueltas

- Resuelve la ecuación $3x + 7 = x - 3$ transformándola en otra más sencilla equivalente.

Transformar una ecuación hasta que sus soluciones se hagan evidentes se llama "*resolver la ecuación*". Siguiendo estos pasos intentaremos resolver la ecuación: $3x + 7 = x - 3$

1) Sumamos a los dos miembros $-x$ y restamos a los dos miembros 7:

$$3x - x + 7 - 7 = x - x - 3 - 7.$$

2) Hacemos operaciones y conseguimos otra ecuación que tiene en el primer miembro los términos con x y en el segundo, los términos sin x:

$$3x - x = -3 - 7.$$

3) Efectuamos las sumas en el primer miembro y en el segundo:

Autora: Raquel Caro
Revisores: Pedro Luis Superviola y Sergio Hernández
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

$$2x = -10.$$

4) Despejamos x dividiendo los dos miembros por 2:

$$\frac{2x}{2} = \frac{-10}{2} \text{ de donde } x = -5.$$

5) Comprueba que todas las ecuaciones que hemos obtenido en este proceso son equivalentes y que su solución es $x = -5$.

- Resuelve la ecuación $8 - x = 2x - 4$.

1) Sumamos x y 4 para pasar a un miembro los términos con x y al otro miembro los términos sin x:

$$8 - x + x + 4 = 2x + x - 4 + 4,$$

2) Hacemos operaciones:

$$8 + 4 = 2x + x$$

3) Efectuamos las sumas:

$$12 = 3x.$$

4) Despejamos x dividiendo los dos miembros por 3:

$$4 = x.$$

La solución de la ecuación es $x = 4$.

5) Comprobamos que en efecto es la solución:

$$8 - x = 2x - 4 \Rightarrow 8 - 4 = 4;\ 2 \cdot 4 - 4 = 4.$$

Actividades propuestas

7. Averigua cuál de los números es la solución de la ecuación y escríbelo en tu cuaderno:

Ecuación	Posibles soluciones		Ecuación	Posibles soluciones
$3x + 7 = x - 3$	2, –1, –5		$a^2 - 5 = -1$	–2, –10, 2
$x + 2 = 4x - 1$	1, –2, –3		$b - 3 = 7 - b$	2, 4, 6

8. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $3x - 5 = 2x - 7$ b) $6x + 8 = 3x - 4$ c) $5x + 2 = 12$ d) $4x - 7 = 3x - 7$

9. Elige entre las siguientes ecuaciones todas las que sean equivalentes a la ecuación $3x - 6 = 2x + 9$.

a) $x + 10 = 5$ b) $10 - x = 3x - 5x$ c) $4x = 30$ d) $2x = 10 + 20$ e) $15 = x$

10. Escribe dos ecuaciones equivalentes a cada una de las ecuaciones siguientes:

a) $2x - 4 = 11$ b) $3x = 12$ c) $5x + 11 = 6$ d) $x = -3$

Autora: Raquel Caro
Revisores: Pedro Luis Suberviola y Sergio Hernández
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

3. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE ECUACIONES

3.1. Procedimiento

Muchos problemas pueden resolverse mediante una ecuación.

Actividades resueltas

- Busca un número que sumado con su siguiente dé como resultado 7.

Para resolverlo, sigue los siguientes pasos:

Paso 1: Antes de empezar a actuar, intenta entender bien el problema

Lee con mucho cuidado el enunciado, y pregúntate:

¿Qué te piden? ¿Qué datos tienes?

Nos piden un número. La **incógnita** es ese número. Llama a ese número *x*. Su siguiente, será $x + 1$. Nos dicen que la suma de ambos es 7.

Paso 2: Busca una buena estrategia.

Es un problema que queremos resolver mediante una ecuación. Escribe en lenguaje algebraico el enunciado del problema y plantea una ecuación:

$$x + (x + 1) = 7.$$

Pregúntate si efectivamente resuelve el problema releyendo el enunciado.

Paso 3: Lleva adelante tu estrategia

Ahora sí, ahora resuelve la ecuación. Para resolver una ecuación conviene seguir un orden de actuación que nos ayude a no cometer errores, para ello seguimos el procedimiento que acabamos de aprender.

Quita, si los hay, paréntesis y denominadores: $x + x + 1 = 7$

Para poner en el primer miembro los términos con *x*, y en el segundo los que no lo tienen, **haz lo mismo a los dos lados**, resta 1 a los dos miembros: $x + x + 1 - 1= 7 - 1$, luego $x + x = 7 - 1$. Opera: $2x = 6$. Despeja:

Para despejar la *x*, se hace lo mismo a los dos lados, se dividen por 2 ambos miembros: $2x/2 = 6/2$, por tanto, $x = 3$.

Paso 4: Comprueba el resultado. Piensa si es razonable.

En efecto, comprueba que: $3 + 4 = 7$.

Actividades propuestas

11. La suma de tres números consecutivos es igual al doble del mayor más 1. Calcula dichos números.

12. La madre de Álvaro tiene el triple de la edad de su hijo, y éste tiene 30 años menos que su madre. ¿Cuántos años tienen cada uno?

13. El perímetro de un triángulo isósceles mide 30 centímetros. El lado desigual mide la mitad de uno de sus lados iguales. ¿Cuánto mide cada lado?

Autora: Raquel Caro
Revisores: Pedro Luis Suberviola y Sergio Hernández
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

CURIOSIDADES. REVISTA

A) Cuadrados mágicos

En el cuadro Melancolía del famoso pintor alemán Alberto Durero (1471-1528) aparece este cuadrado mágico en el que todas las filas, columnas y diagonales suman lo mismo, y además ese mismo resultado se obtiene sumando las cuatro casillas centrales.

Además, las dos casillas del centro de la línea inferior indican el año en el que este cuadrado mágico fue resuelto, 1514.

40. Confecciona un cuadrado mágico de 3 x 3 casillas, colocando los dígitos del 1 al 9 de forma que todas las filas, todas las columnas, y todas las diagonales sumen lo mismo.

B) EMMY NOETHER (1882 – 1935)

Emmy Noether

Emmy Noether fue una famosa algebrista. Nació en Alemania, hija de padres judíos. Su padre era catedrático de matemáticas en la Universidad y Emmy heredó de él la pasión por las matemáticas. Sin embargo, por aquella época la Universidad no admitía que las mujeres desarrollasen estudios científicos, así que tuvo que conseguir un permiso especial para que la dejaran asistir a las clases, aunque no tenía derecho a examinarse. Años más tarde, las leyes cambiaron y pudo doctorarse. Trabajó con los matemáticos alemanes más brillantes y desarrolló un teorema esencial para la Teoría de la Relatividad en la que estaba trabajando Albert Einstein. Ante la situación política de Alemania, con la subida al poder de HItler, tuvo que exiliarse a Estados Unidos. Allí coincidió con **Einstein** quien le dedicó estas palabras: *"A juicio de los matemáticos más competentes que todavía viven, desde que las mujeres empezaron a recibir enseñanza superior, Emmy Noether ha tenido el genio creativo más destacado que haya surgido hasta la fecha de hoy en el campo de la matemática*".

C) DIOFANTO

Diofanto fue un famoso matemático griego del siglo III d. C. En el epitafio de su tumba escribió:
¡Caminante! Aquí yacen los restos de Diofanto. Los números pueden mostrar ¡oh maravilla! La duración de su vida, cuya sexta parte constituyó la hermosa infancia.
Había transcurrido además una duodécima parte de su vida cuando se cubrió de vello su barba.
A partir de ahí, la séptima parte de su existencia transcurrió en un matrimonio estéril.
Pasó, además un quinquenio y entonces le hizo dichoso el nacimiento de primogénito.
Este entregó su cuerpo y su hermosa existencia a la tierra habiendo vivido la mitad de lo que su padre llegó a vivir.
Por su parte, Diofanto descendió a la sepultura con profunda pena habiendo sobrevivido cuatro años a su hijo.
Dime, caminante, cuántos años vivió Diofanto.

41. a) Escribe en lenguaje algebraico el epitafio de la tumba de Diofanto
b) Resuelve la ecuación. Comprueba que Diofanto vivió 84 años.

Autora: Raquel Caro
Revisores: Pedro Luis Suberviola y Sergio Hernández
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

RESUMEN

		Ejemplos
Lenguaje algebraico	Utiliza letras y números para representar una información	Área de un rectángulo = base por altura: $A = b \cdot a$
Expresión algebraica	Expresiones que reflejan una situación mediante letras y números	$x + 3x$
Monomio o término algebraico	Consta de coeficiente y parte literal. Van separados por los signos +, –, =.	$5x^2$
Coeficiente	Número que multiplica en un monomio	El coeficiente de $5x^2$ es 5.
Valor numérico de una expresión algebraica	Número que se obtiene al sustituir las letras por números y hacer las operaciones.	El valor numérico de $x + 3x + 5$ para $x = –2$ es: $–2 + 3(–2) + 5 = –2 – 6 + 5 = –3$
Ecuación	Igualdad entre dos expresiones algebraicas.	$3x – 1 = 2x + 5$
Miembros de una ecuación	Cada una de las dos expresiones algebraicas que forman la ecuación. Van separados por el signo =.	En la ecuación anterior $3x – 1$ es el primer miembro, y $2x + 5$ es el segundo miembro
Incógnitas	Letras de valor desconocido que contienen una ecuación	En $3x – 1 = 2x + 5$ la incógnita es x.
Grado de una ecuación	El mayor exponente de la incógnita.	La ecuación $3x – 1 = 2x + 5$ es de primer grado. La ecuación $3x^2 = 27$ es de segundo grado.
Solución de una ecuación	Número por el que se puede sustituir la incógnita para que la igualdad sea cierta.	La solución de $3x – 1 = 2x + 5$ es $x = 6$.
Resolver una ecuación	Es hallar su solución.	**$3x – 1 = 2x + 5$** $3x – 2x –1 + 1 = 2x – 2x + 5 +1$ $x = 6$
Ecuaciones equivalentes	Tienen las mismas soluciones	$2x – 5 = x + 2$ es equivalente a: $2x – x = 2 + 5$
Pasos para resolver una ecuación:	Quitar paréntesis Quitar denominadores Agrupar los términos con x en un miembro y los términos sin x en el otro. Operar Despejar la x.	**$(3x – 1) = 7/2$** 1. $6x – 2 = 7/2$ 2. $12x – 4 = 7$ 3. $12x = 7 + 4$ 4. $12x = 11$ 5. $x = 11/12$
Pasos para resolver un problema mediante ecuaciones	Leer el enunciado. Escribir la ecuación. Resolver la ecuación. Comprobar la solución.	Hallar un número que sumado a 7 da lo mismo que su doble menos 3. 1) Comprender el enunciado 2) $x + 7 = 2x – 3$ 3) $x – 2x = – 3 – 7$; $–x =–10$; $x = 10$ 4) $10 + 7 = 2 \cdot 10 – 3$

Autora: Raquel Caro
Revisores: Pedro Luis Suberviola y Sergio Hernández
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

EJERCICIOS Y PROBLEMAS. Matemáticas 1º de ESO

Lenguaje algebraico

1. Expresa en tu cuaderno en lenguaje algebraico

a) El triple de un número es igual a 21.

b) A un cierto número se le suma 2, se multiplica el resultado por 3, y se divide entre 4.

c) El doble de un número más 6.

d) Un número más su anterior.

2. Copia en tu cuaderno y relaciona:

a) El doble de un número	1) $x - 17$
b) La diferencia entre un número y 17	2) —
c) El producto de un número por –3	3) $2(x + 5)$
d) La quinta parte de un número	4) $2x^2$
e) El doble del cuadrado de un número	5) x + y
f) El número siguiente a x	6) $2x$
g) La suma de dos números	7) $x + 1$
h) El doble de la suma de un número y 5	8) x/5
i) La tercera parte del cuadrado de un número	9) $-3x$

3. Si llamamos *x* a los ahorros que tiene Laura, expresa algebraicamente:

a) A María le faltan 7 € para tener los mismos ahorros que Laura.

b) Alfonso tiene 14 € más que Laura.

c) Martín tiene 3 € menos que el doble de Laura.

d) Fátima tiene igual que Laura y Rosa.

4. He aquí lo que sabemos de las edades de un grupo de amigos:

a) Juan tiene 3 años más que Antonio;

b) Elena tiene el doble que Juan;

c) Félix tiene 5 años menos que Elena y Laura tiene la mitad que Antonio.

d) Si la edad de Antonio es *x*, indica, mediante expresiones algebraicas, las edades de los otros amigos.

Autora: Raquel Caro
Revisores: Pedro Luis Suberviola y Sergio Hernández
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

5. Escribe en lenguaje algebraico las siguientes informaciones relativas a la base x y la altura y de un rectángulo:

a) La base es doble que la altura

b) La base excede en 5 unidades a la altura

c) La altura es 3/7 de la base

d) El área del rectángulo vale 20 cm^2.

e) La diferencia entre la altura y la base es de 10 unidades.

6. Escribe las siguientes operaciones en lenguaje ordinario

a) $x + 5$ b) $a - 4$ c) $2x$ d) y^2

7. Completa en tu cuaderno las frases siguientes:

a) En una expresión ... … puede haber números, letras y signos de operación.

b) Un número cualquiera se indica en álgebra mediante una ... …, por ejemplo, la x.

c) En la expresión $-3x$ el número -3 es el ... ….

d) La ecuación $x^2 = 25$ es de ... … grado.

e) El primer miembro de la ecuación $3x + 1 = 2x - 7$ es ... …

f) Dos ecuaciones que tienen las mismas soluciones se llaman ... …

g) Una ... … es una igualdad entre dos expresiones algebraicas.

h) El número por el que se sustituye la incógnita de una ecuación de manera que la igualdad sea cierta se llama ... … de la ecuación.

i) ... … una ecuación es hallar el valor de la incógnita.

j) Si el mayor exponente de la incógnita de una ecuación es 1, entonces la ecuación es de ... … grado.

8. El kilo de melocotones cuesta x euros. Indica en lenguaje algebraico el precio de:

a) El cuarto de kilo de melocotones

b) Tres kilos de melocotones

c) El kilo de mandarinas sabiendo que es 75 céntimos más barato que el kilo de melocotones.

9. Llamamos x a una cantidad. Escribe en lenguaje algebraico:

a) El doble de esa cantidad más 9.

b) Esa cantidad más 5.

c) 20 menos esa cantidad.

d) Cuatro veces esa cantidad menos 7.

e) La mitad de esa cantidad más 8.

f) Siete veces esa cantidad menos la tercera parte de la cantidad.

10. Calcula el valor numérico de las expresiones siguientes para $x = 2$.

a) $5x - 3$ b) $2(x + 5)$ c) $(x - 4)/2$ d) $7(2 - x^2)$

11. Simplifica las siguientes expresiones:

a) $x + x + x - x$ b) $2x + 3x + 5x - x$ c) $x/2 + x/2$ d) $2(x + 3x - 2x)$

12. Escribe en tu cuaderno el valor numérico de cada expresión para el valor de x que se indica en cada caso:

	Expresión	Valor de x	Valor numérico
a)	$5x - 4 + x$	-1	
b)	$x - 3 + 7x$	-2	
c)	$x + 3 + 2x$	-3	
d)	$3x - x$	-4	
e)	$2x - 3$	2	

13. Realiza las operaciones siguientes

a) $3x + 5x - 2y + 9y - 4x - 3y$ b) $(2x - 5x^2) - (3x^2 + 5x)$

c) $3(7x - 3) - 2(2x + 5)$ d) $2a - 5a + 7a - 8a + b$

Ecuaciones

14. Copia en tu cuaderno la siguiente tabla y complétala:

Ecuación	Primer miembro	Segundo miembro	Incógnitas
$8x - 5 = 2x - 1$			
	$7x + 3$	$2x - 8$	
$4x + 3 = 6x + 9$			
$4a + 11 = 23$			
	$x - y$	$5 + y$	

15. Calcula mentalmente el valor que se debe asignar a cada círculo:

a) 2 · O = 30 b) 10 = O : 5 c) 3 · O = 27 d) 5 = O : 3

16. Escribe dos ecuaciones equivalentes a cada una de las ecuaciones siguientes:

a) $3x - 4 = 11$ b) $2x = 9$ c) $x + 11 = 6$ d) $x = -3$

17. Resuelve las ecuaciones siguientes:

a) $2x + 4 = 7$ b) $4x + 3 = 15$ c) $5x - 2 = 37$ d) $-2x - 3x = -55$

Autora: Raquel Caro
Revisores: Pedro Luis Subervíola y Sergio Hernández
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

18. Relaciona cada ecuación con su solución:

a) $x + 5 = 7x - 1$ b) $3x - 2 = 4 - x$ c) $x - 9 = 3 - 2x$ d) $5 = x + 9$ e) $8 - 2x = 5 - 3x$

f) $9x - 2 = 5x$ g) $3 + 2x = 1$ h) $6 - x = 5 + 9x$ i) $x = 6 - 2x$ j) $2x + 4 = x + 7$

Soluciones:

1) $x = 4$ 2) $x = -4$ 3) $x = -3$ 4) $x = 1,5$ 5) $x = 0,5$

6) $x = 1$ 7) $x = 0,1$ 8) $x = -1$ 9) $x = 3$ 10) $x = 2$.

19. Di si las siguientes frases son verdaderas o falsas. Razona la respuesta.

a) La ecuación $x + 3 = 5$ es equivalente a $x + 5 = 3$.

b) La ecuación $2x + 3 = 7x - 1$ tiene dos incógnitas.

c) La ecuación $x^3 + 5 = 2x^2$ es de tercer grado.

d) El valor numérico de $5x - 2$ para $x = -1$ es -7.

e) La solución de la ecuación $6x = 3$ es 2.

20. Encuentra los números que faltan:

a) 15 = 25 –2·O b) 100 = 25 – O c) 200 = O – (–25) d) 40 = O – (–20)

21. Resuelve en tu cuaderno las siguientes ecuaciones:

a) $x + 3 = 9$ b) $x + 5 = 4$ c) $x + 1 = 78$ d) $x + 7 = 46$

22. En el tren se puede transportar un perrito siempre que su peso no exceda de 6 kg. Averigua a cuál de mis perritos podría llevarme de viaje en el tren sabiendo que Eder pesa 8 kilos y que el valor de x es el mismo en todos los casos:

Nombre	***Peso en kg***
Eder	$2x$
Peque	$-3(x - 7)$
Gosca	$3x - 5 + 6x$
Atila	$4x + 6 - 5x$
Clea	$1 - 2x + 9x$

23. Encuentra los números que faltan:

a) O + 3 = 8 b) O + 7 = 3 c) O – 6 = 10 d) O – 8 = –2

24. Resuelve las siguientes ecuaciones: (Sugerencia: ilustra las ecuaciones mediante balanzas equilibradas. Mantenlas equilibradas hasta conseguir la ecuación equivalente que nos dé el resultado).

a) $x + 5 = 10$ b) $x + 7 = 4$ c) $x + 3 = 8$ d) $x + 7 = 12$

25. Resuelve en tu cuaderno las siguientes ecuaciones:

a) $x - 4 = -7$ b) $x - 34 = 12$ c) $x - 21 = 84$ d) $x - 28 = 7$

Autora: Raquel Caro
Revisores: Pedro Luis Suberviola y Sergio Hernández
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

Problemas

26. Si el doble de un número menos 3 es igual a 7, ¿cuál es el número?

27. Un rectángulo tiene 7 cm de base y su área es de 21 cm^2, ¿qué altura tiene?

28. La suma de tres números consecutivos es 48. ¿Cuánto vale cada número?

29. Si en una familia la suma de la edades de los tres hijos es de 37 años, Ana es 2 años menor que Antonio, y este es 3 años menor que Maite, ¿qué edad tiene cada hijo?

30. Si una parcela rectangular tiene 4 m menos de ancho que de largo, y la valla que lo rodea mide 88 m, ¿qué dimensiones tiene la parcela?

31. Para cada uno de los siguientes enunciados, dibuja la figura que corresponda, escribe una ecuación y resuélvela:

a) Halla las dimensiones de un rectángulo si la base mide 3 cm más que la altura y el perímetro es 22 cm.

b) El perímetro de un cuadrado es 28 mm. ¿Cuánto mide su lado?

c) El lado desigual de un triángulo isósceles mide 7 cm y su perímetro mide 35 cm. ¿Cuánto mide cada uno de los lados iguales?

d) El perímetro de un octógono regular es 28 cm mayor que el de un cuadrado de 36 cm^2 de área. Averigua el lado del octógono.

e) Cada uno de los ángulos de un cuadrilátero irregular mide 30º más que el ángulo anterior. ¿Cuánto mide cada uno de los cuatro ángulos del cuadrilátero? (Ayuda: recuerda que la suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero es 360º).

f) Las medidas de los lados de un triángulo escaleno son números consecutivos y el perímetro es 33 cm. ¿Cuánto mide cada lado?

g) Dos ángulos son complementarios y se diferencian en 18º. ¿Cuánto miden?

h) Dos ángulos suplementarios se diferencian en 25º. ¿Cuánto mide cada uno?

32. Escribe en lenguaje algebraico: "La suma de los ángulos interiores de un polígono es tantas veces 180º, como lados tenga menos 2". ¿Cuántos lados tiene un polígono si la suma de sus ángulos interiores es 720º?

33. Si un triángulo isósceles tiene un perímetro de 36 cm, y su lado desigual mide 5 cm menos que sus lados iguales, ¿cuánto miden sus lados?

34. Halla las edades de tres hermanos sabiendo que suman 52 años, que los dos pequeños se llevan dos años, y que el mayor tiene tantos años como los otros dos juntos.

35. Un montañero hace una ruta de 48 km en tres etapas. El segundo día recorre 10 km más que el primero y el tercer día recorre 7 km más que el segundo. ¿Cuánto recorre cada día?

36. Tengo 26 monedas de 1 € y de 2 €, que valen en total 37 €. ¿Cuántas monedas tengo de cada clase?

37. Alfonso quiere saber cuánto pesa la compota de moras que ha hecho, pero solo tiene pesas de 1 kg y de 200 gr. Comprueba que si pone los dos botes iguales de compota, junto con la pesa de 200 gr en un plato de la balanza, y en el otro plato la pesa de 1 kg, la balanza queda equilibrada. ¿Cuánto pesa cada bote?

Autora: Raquel Caro
Revisores: Pedro Luis Suberviola y Sergio Hernández
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

38. Si multiplicas a un número por 5 y luego le sumas 12, obtienes 62, ¿de qué número se trata?

39. El patio de un colegio es rectangular, el doble de largo que de ancho, y su perímetro es de 600 m. Si se quiere poner una valla que cuesta a 3 € el metro en el lado más largo. ¿Cuánto habrá que pagar?

40. Alberto ha sacado un 8 en un examen de 10 preguntas. En la primera pregunta sacó un punto, y en la última, que dejó en blanco por falta de tiempo, un cero. La profesora le ha dicho que en todas las preguntas centrales ha obtenido la misma puntuación. ¿Cuál ha sido esa nota?

41. Mario estudia lo que más le gusta las 2/5 partes del tiempo diario que dedica al estudio, y le sobran 72 minutos para el resto de materias. ¿Cuánto estudia cada día?

42. Si Cristina tiene 12 años y su madre, 36, ¿cuántos años deben pasar para que la edad de la madre sea el doble de la de su hija?

43. Miriam le dice al mago, piensa un número, multiplícalo por 2, ahora súmale 10, divide el resultado entre 2 y resta el número que has pensado. ¿Tienes un 5?

a) Escribe en forma algebraica el juego de magia de Miriam, y descubre su truco.

b) Inventa un nuevo juego de magia.

44. Carlos ha comprado 25 cuadernos, los ha pagado con un billete de 20 €, y le han devuelto 12 €. Escribe una ecuación que permita calcular el precio de cada cuaderno.

45. Un triángulo equilátero tiene un perímetro de 36 cm, ¿cuánto mide su lado?

46. Braulio, Rosa y Guillermo han ganado 1200 € en la lotería. Si Braulio había pagado la tercera parte del décimo, Rosa, la mitad, y Guillermo, el resto, ¿cómo deben repartir lo que han ganado.

Autora: Raquel Caro
Revisores: Pedro Luis Suberviola y Sergio Hernández
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

AUTOEVALUACIÓN DE 1º DE ESO

1. Los coeficientes de la expresión algebraica 5 x – 7 + *y*, son:

a) 5, 7 y 1 b) +5, –7 y +1 c) + 5 y – 7

2. El valor numérico de la expresión algebraica 2 a + 6 b, cuando *a* = 2 y *b* = – 1, es:

a) 2 b) –2 c) – 4

3. La solución de la ecuación $3 + x - 4x = 8 + 2x$ es:

a) +5 b) +1 c) – 1

4. El doble de un número más 2, equivale a su triple menos 10. El número es:

a) 5 b) 11 c) 12

5. La suma de las edades de dos personas es de 48 años y su diferencia, 14 años. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones nos permite calcular sus edades?

a) $x + x + 14 = 48$ b) $x - 14 = 48$ c) $48 + x = 14 - x$

6. El perímetro de un rectángulo es 72 cm. Si la base es el doble de la altura menos 9 cm, las dimensiones del rectángulo son:

a) 21 y 15 b) 20 y 16 c) 30 y 6

7. Tres números suman 77. El mediano es el doble del menor, y el mayor es triple del menor menos 7. ¿Cuál de estas ecuaciones nos permite hallar los números?

a) $2x + x + 3x = 77$ b) $x + 3x + 2x = 77 + 7$ c) $x + 2x + 3x = 77 - 7$

8. Tenemos 12 monedas de 2 € y 1 €. Si en total tenemos 19 €, de cada clase de monedas, tenemos:

a) 6 y 6 b) 7 y 5 c) 8 y 4

9. La madre de Juan tiene el doble de la edad de este más 5 años. La suma de sus edades es 38 años. La ecuación que planteamos para saber sus edades es:

a) $x + 2x + 5 = 38$ b) $x + 5 = 2x$ c) $x + 2x = 38$

10. Con 24 € hemos comprado 5 objetos iguales y nos han sobrado 6 € . El precio de cada objeto podemos conocerlo al resolver la ecuación:

a) $5x = 24 + 6$ b) $x + 5 = 24$ c) $5x + 6 = 24$

Autora: Raquel Caro
Revisores: Pedro Luis Suberviola y Sergio Hernández
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF