

4. INTERVALOS, SEMIRRECTAS Y ENTORNOS

Como ya sabemos entre dos números reales hay infinitos números. Hay una notación especial para referirse a esos infinitos números que deberás dominar para éste y futuros cursos.

4.1. Intervalos

(Del lat. *intervallum*): **2. m.** Conjunto de los valores que toma una magnitud entre dos límites dados. RAE.

I.- Intervalos Abiertos

Si nos queremos referir al conjunto de los números que hay entre dos valores pero sin contar los extremos, usaremos un **intervalo abierto**

Ejemplo:

Los números superiores a 2 pero menores que 7 se representan por $(2, 7)$ y se lee “intervalo abierto de extremos 2 y 7”. A él pertenecen infinitos números como 2.001; 3.5; 5; 6.999; ... pero no son de este conjunto ni el 2 ni el 7. Eso representan los paréntesis, que entran todos los números de en medio, pero no los extremos.

Ejemplo:

Los números positivos menores que 10, se representan por $(0, 10)$, el intervalo abierto de extremos 0 y 10. Fíjate que 0 no es positivo, por lo que no entra y el 10 no es menor que 10, por lo que tampoco entra.

Nota: No se admite poner $(7, 2)$, ¡el menor siempre a la izquierda!

También hay que dominar la expresión de estos conjuntos usando desigualdades, prepárate:

$$(2, 7) = \{x \in \mathbb{R} / 2 < x < 7\}.$$

Traducimos: Las llaves se utilizan para dar los elementos de un conjunto, dentro de ellas se enumeran los elementos o se da la propiedad que cumplen todos ellos. Se utiliza la x para denotar a un número real, la $/$ significa “tal que” y por último se dice la propiedad que cumplen mediante una doble desigualdad. Así que no te asustes, lo de arriba se lee: *los números reales tal que son mayores que 2 y menores que 7*.

Es necesario dominar este lenguaje matemático puesto que la frase en castellano puede no entenderse en otros países pero te aseguro que eso de las llaves y la $/$ lo entienden todos los estudiantes de matemáticas del mundo (bueno, casi todos).

El otro ejemplo: $(0, 10) = \{x \in \mathbb{R} / 0 < x < 10\}$.

Por último la **representación gráfica**:

Se ponen **puntos sin rellenar** en los extremos y se resalta la zona intermedia.



Pregunta: ¿Cuál es número que está más cerca de 7, sin ser 7?

Piensa que $6.999... = 7$ y que entre 6.999 y 7 hay “muchos, muchísimos ...” números.

*Nota: En algunos textos los intervalos abiertos se representan así $]2, 7[$ lo cual tiene algunas ventajas como que los estudiantes no confundan el intervalo $(3, 4)$ con el punto del plano $(3, 4)$, que aseguramos que ha ocurrido (pero tú no serás uno de ellos ¿no?), o la fastidiosa necesidad de poner $(2,3; 3,4)$ porque $(2,3,3,4)$ no lo entendería ni Gauss.

II.- Intervalos Cerrados

Igual que los abiertos pero ahora **sí** pertenecen los extremos.

Ejemplo:

El intervalo de los números mayores o iguales que -2 pero menores o iguales que 5. Ahora el -2 y el 5 sí entran. Se hace igual pero poniendo corchetes $[-2, 5]$.

En forma de conjunto se escribe: $[-2, 5] = \{x \in \mathbb{R}; -2 \leq x \leq 5\}$. Fíjate que ahora ponemos \leq que significa “menor o igual”.

Ejemplo:

El intervalo de los números cuyo cuadrado no es superior a 4. Si lo piensas un poco verás que son los números entre el -2 y el 2, ambos incluidos (no superior \Leftrightarrow menor o igual). Por tanto:

$$[-2, 2] = \{x \in \mathbb{R}; -2 \leq x \leq 2\}.$$

La representación gráfica es igual pero poniendo **puntos rellenos**.



III.- Intervalos Semiabiertos (o semicerrados, a elegir)

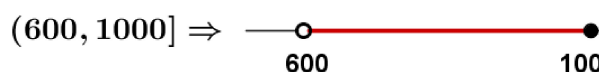
Por supuesto que un intervalo puede tener un extremo abierto y otro cerrado. La notación será la misma.

Ejemplo:

- ✚ Temperatura negativa pero no por debajo de -8°C :
 $[-8, 0) = \{x \in \mathbb{R} / -8 \leq x < 0\}$



- ✚ Números superiores a 600 pero que no excedan de 1 000.
 $(600, 1\,000] = \{x \in \mathbb{R} / 600 < x \leq 1\,000\}$.



4.2. Semirrectas

Muchas veces el conjunto de interés no está limitado por uno de sus extremos.

Ejemplo:

- Los números positivos: No hay ningún número positivo que sea el mayor. Se recurre entonces al símbolo ∞ y se escribe $(0, +\infty) = \{x / x > 0\}$.

Nótese que es equivalente poner $x > 0$ que poner $0 < x$, se puede poner de ambas formas.

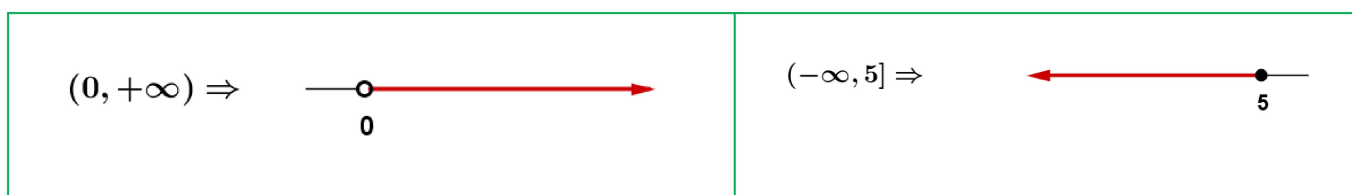
Ejemplo:

- Números no mayores que 5: $(-\infty, 5] = \{x / x \leq 5\}$. Aquí el 5 sí entra y por eso lo ponemos cerrado ("no mayor" equivale a "menor o igual")

Ejemplo:

- Solución de $x > 7$: $(7, +\infty) = \{x / x > 7\}$

Nota: El extremo no acotado siempre se pone abierto. No queremos ver esto: $(7, +\infty]$



4.3. Entornos

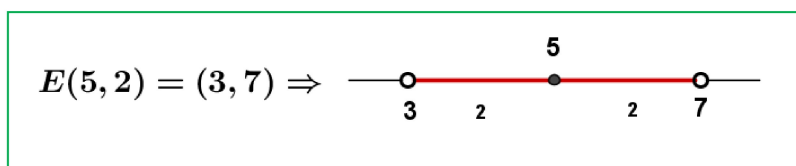
Es una forma especial de poner los intervalos abiertos.

Se define el entorno de centro a y radio r y se denota $E(a, r)$ (otra forma usual es $E_r(a)$) como el conjunto de números que están a una **distancia de a menor que r** .

Con un ejemplo lo entiendes mejor:

Ejemplo:

- El entorno de centro 5 y radio 2 son los números que están de 5 una distancia menor que 2. Si lo pensamos un poco, serán los números entre $5 - 2$ y $5 + 2$, es decir, el intervalo $(3, 7)$. Es como coger el compás y con centro en 5 marcar con abertura 2.



Fíjate que el 5 está en el centro y la distancia del 5 al 7 y al 3 es 2.

$$E(a, r) = (a - r, a + r)$$