☙ Actividad 2

Un péndulo simple está construido con una bolita suspendida de un hilo de longitud L = 2m. Para pequeñas oscilaciones, su periodo de oscilación en un cierto lugar resulta ser T = 2,84 s.

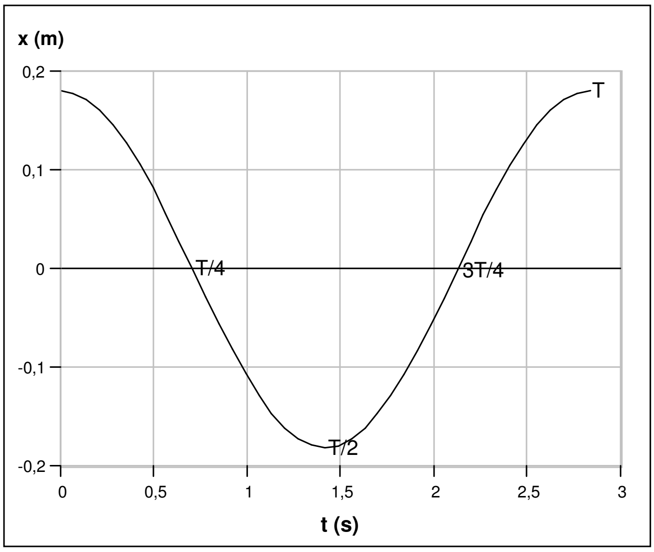
[a] Determina la intensidad del campo gravitatorio en el lugar donde se ha medido el periodo.

[b] Considera que el movimiento de la bolita es prácticamente paralelo al suelo, a lo largo del eje OX con origen, O, en el centro de la oscilación. Sabiendo que la velocidad de la bolita cuando pasa por O es de 0,4 m/s, calcula la amplitud de su oscilación y representa gráficamente su posición en función del tiempo: x(t). Toma origen para el tiempo, t = 0 s, en un extremo de la oscilación.

Respuesta

[a] Sabemos que el periodo de un péndulo simple está dado por $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$, donde g es la intensidad del campo gravitatorio; al elevar al cuadrado y despejar queda: $g = \frac{4\pi^2 L}{T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 2\ (m)}{2{,}84^2\ (s^2)} = 9,79\ (\frac{N}{kg})$.

[b] Con la aproximación del enunciado, la trayectoria de la bolita es rectilínea en lugar de circular. La velocidad de la bolita en el centro de oscilación es el valor de la velocidad máxima; por lo tanto, $|v_{\max}| = \omega A = \frac{2\pi A}{T}$; $A = \frac{T|v_{\max}|}{2\pi} = \frac{2{,}84\ (s)\cdot 0{,}4 (m/s)}{2\pi} = 0,181\ (m)$.
El siguiente paso es obtener la función de la elongación, que será del tipo: $x = 0,181\ sen(2,21t + \varphi)$ y donde hay que calcular el valor de la fase inicial φ. Para t = 0, se cumple que x = A = 0,181 m (también se puede suponer que x = -A); en consecuencia, $0,181 = 0,181\ sen\ \varphi$; $1 = sen\ \varphi$ y $\varphi = \frac{\pi}{2}$. La ecuación de la elongación es, entonces, $x = 0,181\ sen(2,21t + \frac{\pi}{2})$. Puedes comprobar que los valores de la elongación son 0,181 m, 0, -0,181 m, 0 y 0,181 m en los instantes 0, 0,71 s, 1,42 s, 2,13 s y 2,84 s, respectivamente. A continuación se muestra la correspondiente representación gráfica.



☙ Actividad 6

La bolita de un péndulo simple realiza una oscilación aproximadamente horizontal y armónica, en presencia del campo gravitatorio terrestre, con un periodo T = 2 s y una amplitud A = 2 cm.

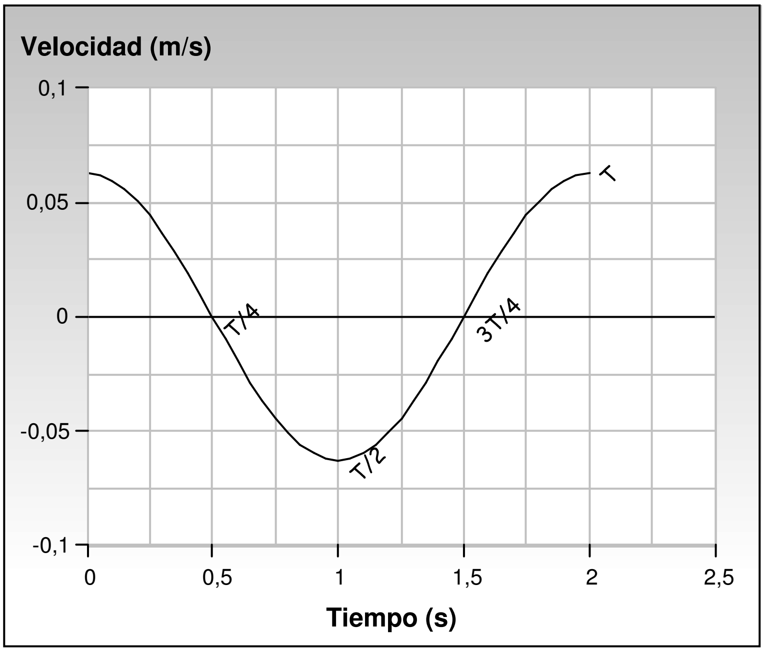
[a] Obtén la ecuación de la velocidad de la bolita en función del tiempo y represéntala gráficamente. Toma origen de tiempo (t = 0) en el centro de la oscilación.

[b] ¿Cuál sería el periodo de oscilación de este péndulo en la superficie de la Luna, donde la intensidad del campo gravitatorio es la sexta parte del terrestre?

Respuesta

[a] Es fácil darse cuenta que la fase inicial es $\varphi = 0$. Como la frecuencia angular es $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi(\frac{rad}{s})$ y la amplitud vale 0,02 m, la ecuación de la velocidad de la bolita en función del tiempo es: $v = 0,02\pi\cos(\pi t)$. Los valores más significativos de esta función se muestran en la siguiente tabla.

t (s)	0	0,5	1	1,5	2
v (m/s)	0,063	0	-0,063	0	0,063



[b] El periodo del péndulo en la Luna está dado por: $T_L = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_L}}$. Como $g_L = \frac{g}{6}$, la expresión anterior puede escribirse como sigue: $T_L = 2\pi\sqrt{\frac{6L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\sqrt{6} = T\sqrt{6} = 4,9\ s$. Este resultado tiene sentido, ya que, si la fuerza de atracción lunar en menor que en la Tierra, la bolita oscilará más lentamente.

Actividad 11

Un péndulo simple está formado por un hilo de longitud L = 99,2 cm y una bolita que oscila en horizontal con una amplitud A = 6,4 cm y un periodo T = 2,00 s.

[a] Calcula la intensidad del campo gravitatorio local, g.

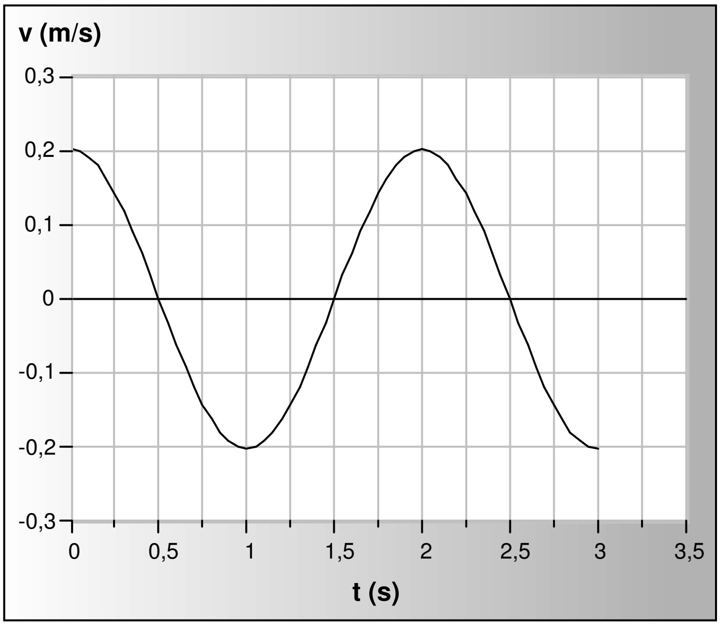
[b] Determina y representa gráficamente la velocidad de la bolita en función del tiempo, v(t). Toma como origen de tiempo, t = 0, cuando la bolita pasa por su posición de equilibrio.

Respuesta

[a] El periodo de un péndulo está dado por: $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$; al elevar al cuadrado y al agrupar los términos apropiados se llega a: $g = \frac{4\pi^2 L}{T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 0{,}992(m)}{4(s^2)} = 9{,}79\left(\frac{N}{kg}\right)$.

[b] Es fácil darse cuenta que la fase inicial es $\varphi = 0$. Como la frecuencia angular es $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi\left(\frac{rad}{s}\right)$ y la amplitud vale 0,064 m, la ecuación de la velocidad de la bolita en función del tiempo es: $v = 0{,}2\pi\ \cos(\pi t)$. Los valores más significativos de esta función se muestran en la siguiente tabla.

t (s)	0	0,5	1	1,5	2
v (m/s)	0,2	0	-0,2	0	0,2



Actividad 18

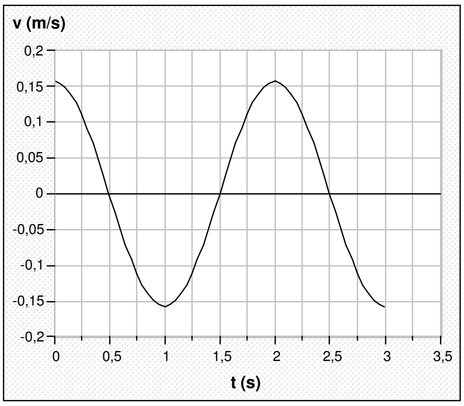
La bolita de un péndulo simple realiza una oscilación aproximadamente horizontal y armónica, en presencia del campo gravitatorio terrestre, con un periodo T = 2 s y una amplitud A = 5 cm.

[a] Determina y representa gráficamente la velocidad de la bolita en función del tiempo, *v(t)*. Toma origen de tiempo, t = 0, cuando la bolita pasa por el centro de su oscilación desplazándose en sentido positivo.

[b] ¿Cuál sería el periodo de oscilación de este péndulo en la superficie de la Luna, donde la intensidad del campo gravitatorio es la sexta parte del terrestre?

Respuesta

[a] La ecuación de la velocidad, en general, es de la forma: $v = A\omega\cos(\omega t + \varphi)$. Como la amplitud es conocida, se calcula la frecuencia angular: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi(rad)$. En el instante inicial, t=0, x = 0 y v>0, con lo que la fase inicial es: $\varphi = 0$. Téngase en cuenta que, si la velocidad tuviese sentido negativo, la fase inicial sería: $\varphi = \pi$. En consecuencia, la velocidad está dada por: $v = 0,05\pi\cos\pi t$. Su representación gráfica se muestra a continuación.



[b] El periodo de oscilación en la Luna es: $T_L = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_L}}$, donde g_L es la intensidad del campo gravitatorio lunar. Dicha ecuación se puede escribir:
$T_L = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_T/6}} = \sqrt{6}\cdot 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_T}} = \sqrt{6}\,T_T$, donde T_T es el periodo en la Tierra. Finalmente, tenemos: $T_L = \sqrt{6}\cdot 2 = 4,9(s)$.