

Concatenación según Kozen.

A continuación, se explica la operación de concatenación tanto para cadenas como para conjuntos.

Para continuar con la explicación de la operación de concatenación se necesita la explicación de algunos conceptos básicos como son “alfabeto” y “cadena”.

¿Qué es un alfabeto?

Un alfabeto es un conjunto finito de elementos o en este caso caracteres. Se puede definir un alfabeto como los siguientes:

- $\{a,b,c\}$
- $\{1,2,3\}$
- $\{0,1\}$

Para definir el contenido de un alfabeto la única restricción es que el conjunto de elementos dentro de este sea finito, sin importar de que tipo sean estos.

¿Qué es una cadena?

Una cadena es cualquier secuencia finita de elementos que pertenecen a un alfabeto. Como ejemplo se propone el siguiente alfabeto: $\{a,b\}$.

Por lo que una cadena de ese alfabeto podría ser aabab y tendría una longitud de 5, nótese que los elementos con los que se formó la cadena no son otros más que los que se encuentran definidos en el alfabeto.

Para referirse a las cadenas el autor utiliza las letras x,y,z.

La longitud de una cadena es el número de elementos que esta contiene. Si se tiene la cadena x su longitud es denotada por $|x|$. La longitud de la cadena presentada anteriormente sería entonces $|aabab|= 5$.

Se debe tener cuidado con la definición de una cadena y un conjunto ya que estos son diferentes. Por ejemplo:

Conjuntos	Cadenas
$\{a,b\}=\{b,a\}$	$ab \neq ba$
$\{a,a,b\}=\{a,b\}$	$aab \neq ab$

Concatenación en cadenas.

La operación de concatenación toma dos cadenas una “x” y otra “y” para hacer una nueva, esto se logra poniendo las cadenas juntas extremo con extremo, como resultado se obtiene la cadena “xy” que es llamada la concatenación de “x” y “y”

Algunas propiedades útiles de la concatenación de cadenas:

1) La concatenación de cadenas es asociativa. Por ejemplo:

Se tiene la concatenación de “x” y “y” = xy.

Se puede decir entonces que $(xy)z = x(yz)$

2) La cadena vacía que se denota por ϵ cumple con la propiedad de identidad para la concatenación. Por ejemplo:

Se tiene ϵx que es lo mismo que $x\epsilon$ y además también es lo mismo que x.

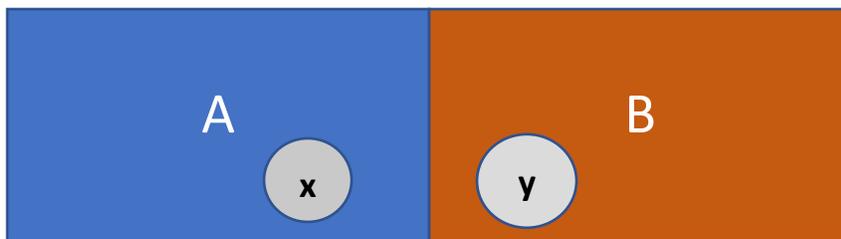
$$\epsilon x = x\epsilon = x$$

Concatenación de conjuntos.

Aquí la definición de la concatenación de conjuntos:

$$AB = \{xy \mid x \in A \text{ y } y \in B\}$$

Esto sería:



Se proponen los conjuntos:

Conjunto $A = \{a, ab\}$

Conjunto $B = \{b, ba\}$.

La concatenación de A con B daría como resultado:

$$AB = \{ab, aba, abb, abba\}$$

Cabe resaltar que la concatenación AB no es lo mismo que BA. Por ejemplo:

La concatenación de B con A daría como resultado:

$$BA = \{ba, bab, baa, baab\}$$

Algunas propiedades de la concatenación de conjuntos son:

La concatenación de conjuntos es asociativa:

$$(AB)C = A(BC).$$

El conjunto $\{\epsilon\}$ cumple con la propiedad de identidad para la concatenación de conjuntos.

$$\{\epsilon\}A = A\{\epsilon\} = A$$

El conjunto vacío es un *aniquilador* para la concatenación de conjuntos.

A